제 2 교시

수학 영역(나 형)

홀수형

5지선다형

1. $2^{-1} \times 16^{\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 두 집합

$$A=\{3, 5, 7, 9\},\ B=\{3, 7\}$$

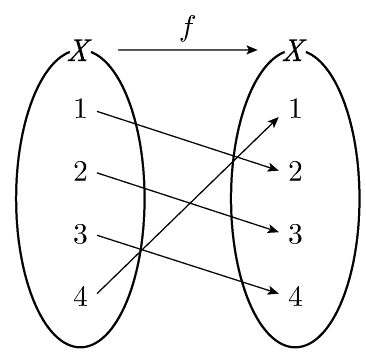
에 대하여 $A-B=\{a, 9\}$ 일 때, a 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. $\lim_{n\to\infty} \frac{6n^2-3}{2n^2+5n}$ 의 값은? [2점]

① 5 ② 4 ③ 3 ④ 2 ⑤ 1

4. 그림은 함수 $f : X \to X$ 를 나타낸 것이다.



$f(4)+(f \circ f)(2)$ 의 값은? [3점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

5. 첫째항이 4인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_{10} - a_7 = 6$$

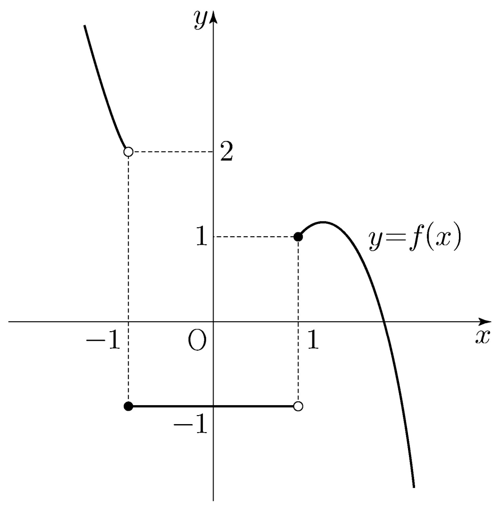
일 때, a_4의 값은? [3점]

① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

6. 다항식 $(1+x)^7$의 전개식에서 x^4의 계수는? [3점]

① 42 ② 35 ③ 28 ④ 21 ⑤ 14

7. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \to -1-} f(x) - \lim_{x \to 1+} f(x)$의 값은? [3점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

8. 두 사건 A, B에 대하여 A와 B^C은 서로 배반사건이고

$$\mathrm{P}(A) = \frac{1}{3},\ \mathrm{P}(A^C \cap B) = \frac{1}{6}$$

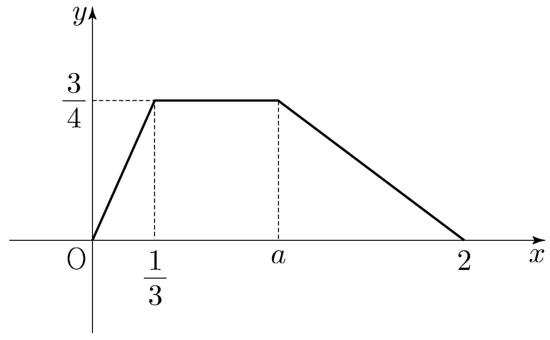
일 때, $\mathrm{P}(B)$의 값은? (단, A^C은 A의 여사건이다.) [3점]

① $\frac{5}{12}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{7}{12}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

9. 함수 $f(x) = x^3 - 3x + a$의 극댓값이 7일 때, 상수 a의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

10. 연속확률변수 X가 갖는 값의 범위는 $0 \le X \le 2$이고, X의 확률밀도함수의 그래프가 그림과 같을 때, $\mathrm{P}\left(\frac{1}{3} \le X \le a\right)$의 값은? (단, a는 상수이다.) [3점]



① $\frac{11}{16}$ ② $\frac{5}{8}$ ③ $\frac{9}{16}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{7}{16}$

11. 실수 x에 대한 두 조건 p, q가 다음과 같다.

$p : x^2 - 4x + 3 > 0$,

$q : x \le a$

$\sim p$가 q이기 위한 충분조건이 되도록 하는 실수 a의 최솟값은? [3점]

① 5 ② 4 ③ 3 ④ 2 ⑤ 1

12. 어느 마을에서 수확하는 수박의 무게는 평균이 $m$kg, 표준편차가 1.4kg인 정규분포를 따른다고 한다. 이 마을에서 수확한 수박 중에서 49개를 임의추출하여 얻은 표본평균을 이용하여, 이 마을에서 수확하는 수박의 무게의 평균 m에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간을 구하면 $a \le m \le 7.992$이다. a의 값은? (단, Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $\mathrm{P}(|Z| \le 1.96) = 0.95$로 계산한다.) [3점]

① 7.198 ② 7.208 ③ 7.218 ④ 7.228 ⑤ 7.238

13. 수열 $\{a_n\}$은 $a_1 = 2$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} \dfrac{a_n}{2-3a_n} & (n\text{이 홀수인 경우}) \\ 1+a_n & (n\text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. $\sum_{n=1}^{40} a_n$의 값은? [3점]

① 30 ② 35 ③ 40 ④ 45 ⑤ 50

14. 다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\int_1^x \left\{ \frac{d}{dt} f(t) \right\} dt = x^3 + ax^2 - 2$$

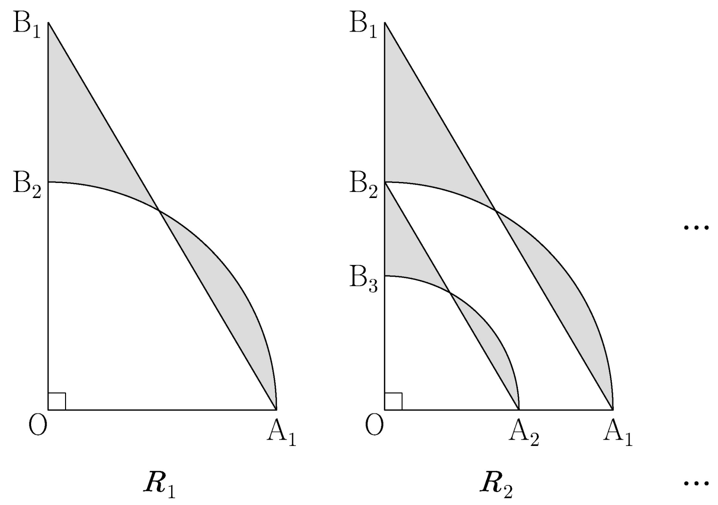
를 만족시킬 때, $f'(a)$의 값은? (단, a는 상수이다.) [4점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

15. 2 이상의 자연수 n에 대하여 $5\log_n 2$의 값이 자연수가 되도록 하는 모든 n의 값의 합은? [4점]

① 34 ② 38 ③ 42 ④ 46 ⑤ 50

16. 그림과 같이 $\overline{\mathrm{OA_1}}=4$, $\overline{\mathrm{OB_1}}=4\sqrt{3}$ 인 직각삼각형 $\mathrm{OA_1B_1}$이 있다. 중심이 O이고 반지름의 길이가 $\overline{\mathrm{OA_1}}$ 인 원이 선분 $\mathrm{OB_1}$과 만나는 점을 $\mathrm{B_2}$라 하자. 삼각형 $\mathrm{OA_1B_1}$의 내부와 부채꼴 $\mathrm{OA_1B_2}$의 내부에서 공통된 부분을 제외한 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.
그림 R_1에서 점 $\mathrm{B_2}$를 지나고 선분 $\mathrm{A_1B_1}$에 평행한 직선이 선분 $\mathrm{OA_1}$과 만나는 점을 $\mathrm{A_2}$, 중심이 O이고 반지름의 길이가 $\overline{\mathrm{OA_2}}$ 인 원이 선분 $\mathrm{OB_2}$와 만나는 점을 $\mathrm{B_3}$이라 하자. 삼각형 $\mathrm{OA_2B_2}$의 내부와 부채꼴 $\mathrm{OA_2B_3}$의 내부에서 공통된 부분을 제외한 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은? [4점]



① $\frac{3}{2}\pi$ ② $\frac{5}{3}\pi$ ③ $\frac{11}{6}\pi$ ④ 2π ⑤ $\frac{13}{6}\pi$

17. 실수 전체의 집합에서 증가하는 연속함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 모든 실수 x에 대하여 $f(x)=f(x-3)+4$이다.
>
> (나) $\int_0^6 f(x)dx=0$

함수 $y=f(x)$의 그래프와 x축 및 두 직선 $x=6$, $x=9$로 둘러싸인 부분의 넓이는? [4점]

① 9 ② 12 ③ 15 ④ 18 ⑤ 21

18. 좌표평면의 원점에 점 A가 있다. 한 개의 동전을 사용하여 다음 시행을 한다.

> 동전을 한 번 던져
> 앞면이 나오면 점 A를 x축의 양의 방향으로 1만큼,
> 뒷면이 나오면 점 A를 y축의 양의 방향으로 1만큼
> 이동시킨다.

위의 시행을 반복하여 점 A의 x좌표 또는 y좌표가 처음으로 3이 되면 이 시행을 멈춘다. 점 A의 y좌표가 처음으로 3이 되었을 때, 점 A의 x좌표가 1일 확률은? [4점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{5}{16}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{7}{16}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

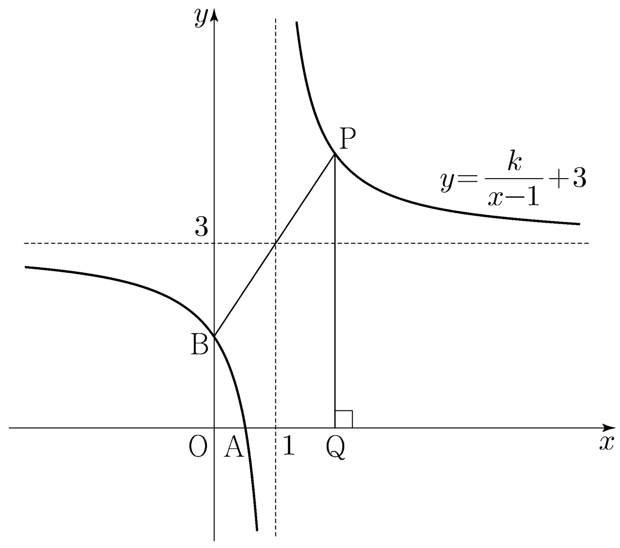
19. 다음은 집합 $X=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$과 함수 $f: X \to X$에 대하여 합성함수 $f \circ f$의 치역의 원소의 개수가 5인 함수 f의 개수를 구하는 과정이다.

> 함수 f와 함수 $f \circ f$의 치역을 각각 A와 B라 하자.
> $n(A)=6$이면 함수 f는 일대일 대응이고, 함수 $f \circ f$도 일대일 대응이므로 $n(B)=6$이다.
> 또한 $n(A) \le 4$이면 $B \subset A$이므로 $n(B) \le 4$이다.
> 그러므로 $n(A)=5$, 즉 $B=A$인 경우만 생각하면 된다.
>
> (i) $n(A)=5$인 X의 부분집합 A를 선택하는 경우의 수는 $\boxed{\text{(가)}}$이다.
>
> (ii) (i)에서 선택한 집합 A에 대하여, X의 원소 중 A에 속하지 않는 원소를 k라 하자.
> $n(A)=5$이므로 집합 A에서 $f(k)$를 선택하는 경우의 수는 $\boxed{\text{(나)}}$이다.
>
> (iii) (i)에서 선택한 $A=\{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$와 (ii)에서 선택한 $f(k)$에 대하여, $f(k) \in A$이며 $A=B$이므로
> $A=\{f(a_1), f(a_2), f(a_3), f(a_4), f(a_5)\}$ ⋯ (*)
> 이다. (*)을 만족시키는 경우의 수는 집합 A에서 집합 A로의 일대일 대응의 개수와 같으므로 $\boxed{\text{(다)}}$이다.
>
> 따라서 (i), (ii), (iii)에 의하여 구하는 함수 f의 개수는
> $\boxed{\text{(가)}} \times \boxed{\text{(나)}} \times \boxed{\text{(다)}}$이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q, r라 할 때, $p+q+r$의 값은? [4점]

① 131 ② 136 ③ 141 ④ 146 ⑤ 151

20. 그림과 같이 함수 $y=\dfrac{k}{x-1}+3$ $(0<k<3)$의 그래프와 x축, y축과의 교점을 각각 A, B라 하자.



이 그래프의 두 점근선의 교점과 점 B를 지나는 직선이 이 그래프와 만나는 점 중 B가 아닌 점을 P, 점 P에서 x축에 내린 수선의 발을 Q라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $k=1$일 때, 점 P의 좌표는 $(2, 4)$이다.

ㄴ. $0<k<3$인 실수 k에 대하여 직선 AB의 기울기와 직선 AP의 기울기의 합은 0이다.

ㄷ. 사각형 PBAQ의 넓이가 자연수일 때, 직선 BP의 기울기는 0과 1 사이의 값이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대하여 $f(x)g(x)=x(x+3)$이다.
(나) $g(0)=1$

$f(1)$이 자연수일 때, $g(2)$의 최솟값은? [4점]

① $\frac{5}{13}$ ② $\frac{5}{14}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{5}{16}$ ⑤ $\frac{5}{17}$

단답형

22. ${}_6\mathrm{P}_2-{}_6\mathrm{C}_2$의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x)=x^4-3x^2+8$에 대하여 $f'(2)$의 값을 구하시오. [3점]

24. 첫째항이 7인 등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자.

$$\frac{S_9-S_5}{S_6-S_2}=3$$

일 때, a_7의 값을 구하시오. [3점]

25. $\int_1^4 (x+|x-3|)dx$의 값을 구하시오. [3점]

26. 함수 $y=\sqrt{x+3}$의 그래프와 함수 $y=\sqrt{1-x}+k$의 그래프가 만나도록 하는 실수 k의 최댓값을 구하시오. [4점]

27. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\,(t \ge 0)$에서의 위치 x가

$$x = -\frac{1}{3}t^3 + 3t^2 + k \quad (k\text{는 상수})$$

이다. 점 P의 가속도가 0일 때 점 P의 위치는 40이다. k의 값을 구하시오. [4점]

28. 숫자 1, 2, 3, 4가 하나씩 적혀 있는 흰 공 4개와 숫자 4, 5, 6이 하나씩 적혀 있는 검은 공 3개가 있다. 이 7개의 공을 임의로 일렬로 나열할 때, 같은 숫자가 적혀 있는 공이 서로 이웃하지 않게 나열될 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

29. 첫째항이 자연수이고 공차가 음의 정수인 등차수열 $\{a_n\}$과 첫째항이 자연수이고 공비가 음의 정수인 등비수열 $\{b_n\}$이 다음 조건을 만족시킬 때, a_7+b_7의 값을 구하시오. [4점]

(가) $\sum_{n=1}^{5}(a_n+b_n)=27$

(나) $\sum_{n=1}^{5}(a_n+|b_n|)=67$

(다) $\sum_{n=1}^{5}(|a_n|+|b_n|)=81$

30. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 최고차항의 계수가 -1인 이차함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(0,0)$에서의 접선과 곡선 $y=g(x)$ 위의 점 $(2,0)$에서의 접선은 모두 x축이다.

(나) 점 $(2,0)$에서 곡선 $y=f(x)$에 그은 접선의 개수는 2이다.

(다) 방정식 $f(x)=g(x)$는 오직 하나의 실근을 가진다.

$x>0$인 모든 실수 x에 대하여

$$g(x)\le kx-2\le f(x)$$

를 만족시키는 실수 k의 최댓값과 최솟값을 각각 α, β라 할 때, $\alpha-\beta=a+b\sqrt{2}$이다. a^2+b^2의 값을 구하시오. (단, a, b는 유리수이다.) [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.